DOI：10.16285/j.rsm.2023.0465

局域共振超材料表面波屏障带隙特性与隔振性能

厉 超[1]，庄培芝[2]，李利平[2,3]，张思峰[1]，周 冲[1]

（1. 山东建筑大学 交通工程学院，山东 济南 250101；2. 山东大学 齐鲁交通学院，山东 济南 250002；
3. 山东大学 岩土与结构工程研究中心，山东 济南 250061）

摘 要：为有效解决轨道交通运营引发的地面振动问题，基于声学超材料概念提出一种局域共振超材料表面波屏障（locally resonant metamaterial surface wave barrier，简称 LRMB）隔振方法，并采用混凝土和橡胶垫层构造出屏障结构。根据半无限空间弹性动力学理论，推导 LRMB 带隙计算的解析式，分析橡胶垫、混凝土参数对 LRMB 带隙特性的影响规律。基于轨道交通地面振动实测数据，探讨 LRMB 的隔振效果。研究结果表明：LRMB 表面波带隙产生主要与其竖向振动有关，基于该模式建立的带隙计算方法是准确的；LRMB 橡胶垫厚度增大，带隙起始频率降低，带隙宽度增大；LRMB 橡胶垫宽度增大，带隙起始频率升高，带隙宽度减小；LRMB 混凝土质量增大，带隙起始频率降低，带隙宽度增大；LRMB 原胞数量增多，隔振效率提升，隔振效率达到 20～25 dB；以济南轨道交通 1 号线工程为例，采用 LRMB 后地面振动衰减可达 70%～80%，验证了 LRMB 的良好隔振性能。

关 键 词：声学超材料；表面波；波屏障；带隙特性；隔振性能

中图分类号：U213 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－7598 (2024) 03－0750－10

Band gap characteristics and vibration isolation performance of locally resonant metamaterial surface wave barrier

LI CHAO[1], ZHUANG Pei-zhi[2], LI Li-ping[2,3], ZHANG Si-feng[1], ZHOU Chong[1]

(1. School of Transportation Engineering, Shandong Jianzhu University, Jinan, Shandong 250101, China;
2. School of Qilu Transportation, Shandong University, Jinan, Shandong 250002, China;
3. Geotechnical and Structural Engineering Research Center, Shandong University, Jinan, Shandong 250061, China)

Abstract: To effectively address the issue of ground vibration induced by the rail transit, a locally resonant metamaterial surface wave barrier (LRMB) vibration isolation method was developed based on the concept of acoustic metamaterials, and the structure model was constructed using concrete and rubber pad. According to the theory of elastic dynamics in semi-infinite space, an analytical calculation formula for LRMB bandgap was derived, and the influences of rubber pad and concrete on LRMB bandgap characteristics was analyzed. The vibration isolation performance of LRMB was further analyzed based on the measured ground vibration induced by the rail transit. The results show that the generation of LRMB surface band gap is mainly related to its vertical vibration, and the band gap calculation method for LRMB assuming vertical vibration mode is accurate. Increasing the thickness of the rubber pads decreases the starting frequency of the bandgap and increases its width. Conversely, increasing the width of the rubber pads increases the starting frequency of the bandgap and decreases its width. Additionally, increasing the mass of the concrete decreases the starting frequency of the LRMB bandgap and increases its width. The vibration isolation efficiency can be improved by increasing the number of primitive cells and the vibration isolation coefficient with 4−6 cells reach 20−25 dB. Using Jinan Rail Transit Line 1 project as an example, the ground vibration attenuation can reach 70%−80% after using LRMB, validating its strong vibration isolation performance.

Keywords: acoustic metamaterial; surface wave; wave barrier; band gap characteristics; vibration isolation performance

1 引 言

轨道交通在解决城市拥堵、缓解交通压力的同时，其运行引发的地面振动危害也日趋严重：不仅影响建筑结构安全与精密仪器使用，还会影响人们日常生活甚至人体健康水平[1]，对人类的生理和心

收稿日期：2023-04-14 录用日期：2023-07-24
基金项目：山东省自然科学基金资助项目（No.ZR2022QE082）。
This work was supported by the Shandong Provincial Natural Science Foundation (ZR2022QE082).
第一作者简介：厉超，男，1990 年生，博士，副研究员，硕士生导师，主要从事岩土动力学方面的研究。E-mail: lichao21@sdjzu.edu.cn
通讯作者：庄培芝，男，1988 年生，博士，教授，博士生导师，主要从事岩土动力学方面的研究。E-mail: zhuangpeizhi@sdu.edu.cn

理造成严重影响。列车引发的地面振动以弹性波形式沿土体传播，包括体波和表面波。其中表面波包含了地面振动的大部分能量，且其衰减要比体波慢得多[2]。因此，如何抑制表面波的传播成为轨道交通地面振动控制的关键。

为减小表面波振动的不利影响，常用做法是在振动传播途径上设置波屏障。根据结构组成特点，表面波屏障可以分为地面连续波屏障和非连续波屏障[3]。表面波屏障隔振的本质为弹性半空间的波传播问题，即弹性波与土–波屏障的相互作用。对于连续波屏障，弹性波在均质土体中传播遇到屏障后发生多方向散射，一部分波动反射形成反射波，另一部分沿原方向继续传播形成衍射波和透射波；对于非连续波屏障，弹性波遇到尺寸远大于弹性波波长的波屏障时，大部分弹性波会被反射回来，少部分弹性波能够绕过波屏障与原方向弹性波发生干涉相互抵消，进而产生隔振区域。受制于波屏障尺寸、波阻抗大小等因素，波屏障的深度与长度往往很大，这在一定程度上制约了波屏障的工程应用。

近年来，声子晶体概念的提出[4-6]为表面波隔振提供了一种新方法。弹性波在声子晶体中传播时，受 Bloch 周期边界条件的约束，会形成特殊的色散关系（能带结构），将不存在色散关系的频率范围称为带隙，该范围内弹性波将无法穿越声子晶体，波的能量发生衰减从而实现波的减振隔振。基于声子晶体理论，国内外学者提出了一些新型结构用于表面波的减振隔振，如周期性沟槽式[2, 7]、钻孔式[8]、表面立柱式[9-10]、部分埋入式[11-12]以及完全埋入式表面波屏障等[13-14]。然而，目前周期表面波屏障大多基于 Bragg 散射机制设计，带隙的产生依赖其周期特性和晶格排列方式，实际应用时减振效果将受较大影响。例如，当 T 型表面波屏障存在线缺陷不满足严格周期性时，缺陷正后方原有的衰减域内波动无明显衰减，无法达到原有的隔振效果，使其工程减振效率大为降低[12]。

针对上述问题，有学者提出了“声学超材料”[15]型表面波屏障。相比传统周期性表面波屏障，该类波屏障的带隙基于局域共振作用机制，能够以小于传播波长几个量级的结构尺寸获得亚波长带隙而实现低频减隔振，且不依赖系统周期性或晶格排列[16]。国内外一些学者先后提出不同型式的局域共振超材料表面波屏障，如 Palermo[17-18]、Muhammad[19]等提出了一种完全埋入式表面波屏障，可以将瑞利波转换为剪切体波，能够对波长在 10～100 m 范围的表面波进行有效衰减。Zeighami 等[20]从理论上证明了埋入式局域共振超材料表面波屏障的带隙特性，并建立了带隙宽度与共振超材料的负有效密度之间的数学关系。此外，一些学者研究了表面附着式局域共振超材料表面波屏障的隔振性能，如 Pu 等[21]提出超材料波屏障的理论模型，分析了表面振荡器对半空间中传播的垂直偏振弹性波动力学的影响。Zeng 等[22]从理论和数值上论证了层状半无限空间土体上垂直振荡器用于表面波共振超表面的可行性。相比完全埋入式表面波屏障，表面附着式表面波屏障免除了埋入式屏障的土体开挖等工序[22]，施工和维护更便捷，有效降低了工程投资，工程应用时更具优势。目前关于局域共振超材料波屏障应用多局限于超表面，即附着在波导自由表面上的薄共振界面或结构[10]，而对于半无限空间中表面波控制的工程应用，尚未有相关报道。

鉴于此，本文提出一种局域共振超材料表面波屏障（locally resonant metamaterial surface wave barrier，简称 LRMB）。通过理论计算与数值模拟相结合方法，分析 LRMB 的带隙特性与隔振机制，研究不同参数对带隙特性的影响规律，并基于地铁地面振动实测数据，验证 LRMB 的实际隔振效果，从而为其工程应用提供理论依据和工程借鉴。

2　模型及理论方法

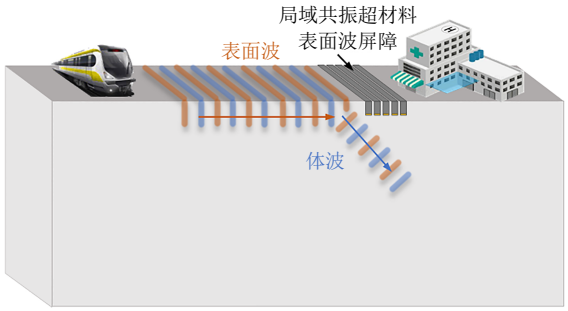
2.1　动力学模型

LRMB 隔振原理如图 1(a)所示。LRMB 由工程中常用的橡胶垫层和混凝土组成，本文设计了两种型式的表面波屏障 A、B，两种波屏障混凝土质量相等，以对比不同结构型式对波屏障隔振性能的影响。LRMB 的原胞模型如图 1(b)所示，晶格常数为 a，b、b_1、b_2 为波屏障宽度，h_1 为橡胶垫厚度，h_2～h_4 为波屏障尚度，H 为土体深度。不同类型 LRMB 原胞的几何及材料参数如表 1、2 所示。

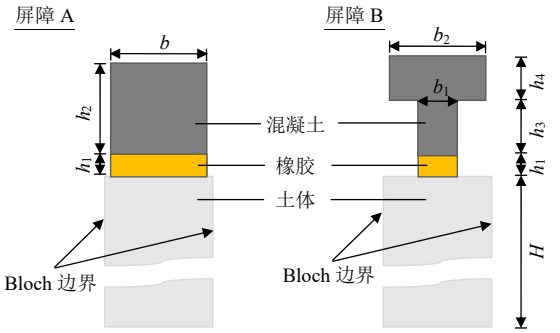
为计算 LRMB 的能带结构，假定表面波沿 x 轴传播，土体沿 z 轴竖向具有无限空间，由此建立波屏障的二维动力学模型。该模型为二维平面应变模型，不同原胞的统一动力学模型具有图 1(c)所示形式。其中质量由混凝土提供，竖向刚度 k_{v}、水平向刚度 k_{h} 和转动刚度 k_{r} 由橡胶垫层提供。研究表明，竖向共振模式是打开表面波带隙的主要控制因素[22-23]。因此，本文重点考虑波屏障的竖向振动模式，即 LRMB 振动模式为单一竖向振动模式，见图 1(c)。

2.2　带隙理论计算

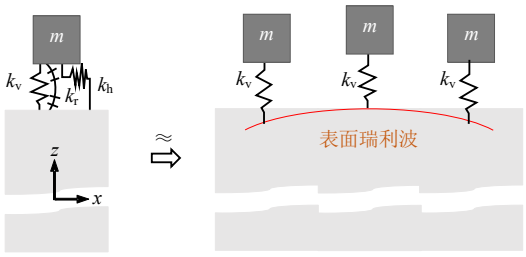
根据弹性动力学理论，半无限空间各向同性土体中波动方程具有下列形式[20]：



(a) LRMB 隔振原理



(b) 不同类型 LRMB 原胞模型



(c) LRMB 动力学模型

图 1 LRMB 隔振原理与动力学模型

Fig.1 Vibration isolation mechanism and dynamic model of LRMB

表 1 LRMB 原胞几何参数

Table 1 Geometric parameters of LRMB primitive cell

a	b	b_1	b_2	H	h_1	h_2	h_3	h_4
0.40	0.38	0.20	0.32	20a	0.040	0.400	0.400	0.225

表 2 LRMB 原胞材料参数

Table 2 Material parameters of LRMB primitive cell

材料	杨氏模量/MPa	密度/(kg·m^{-3})	泊松比
混凝土	200 000.0	2 500	0.25
氯丁橡胶	1.2	1 300	0.46
土体	20.0	1 800	0.30

$$\nabla^2\boldsymbol{\Phi}=\frac{1}{c_{\mathrm{L}}^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{\Phi}}{\partial t^2},\ \nabla^2\boldsymbol{\Psi}_y=\frac{1}{c_{\mathrm{T}}^2}\frac{\partial^2\boldsymbol{\Psi}_y}{\partial t^2} \tag{1}$$

式中：$c_{\mathrm{L}}=\sqrt{\dfrac{\lambda_{\mathrm{soil}}+2\mu_{\mathrm{soil}}}{\rho_{\mathrm{soil}}}}$，为纵波波速；$c_{\mathrm{T}}=\sqrt{\dfrac{\mu_{\mathrm{soil}}}{\rho_{\mathrm{soil}}}}$，为横波波速，$\lambda_{\mathrm{soil}}$、$\mu_{\mathrm{soil}}$ 为土体拉梅常数，ρ_{soil} 为土体密度；t 为时间；$\boldsymbol{\Phi}$、$\boldsymbol{\Psi}_y$ 为膨胀势和剪切势，具有以下形式：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\Phi}(x,z,t)&=A\mathrm{e}^{-kr^*z+\mathrm{i}(\omega t-kx)}\\ \boldsymbol{\Psi}_y(x,z,t)&=B\mathrm{e}^{-ks^*z+\mathrm{i}(\omega t-kx)}\end{aligned} \tag{2}$$

式中：$r^*=\sqrt{1-\dfrac{\omega^2}{k^2c_{\mathrm{L}}^2}}$；$s^*=\sqrt{1-\dfrac{\omega^2}{k^2c_{\mathrm{T}}^2}}$；$\omega$为圆频率；$A$、$B$ 为系数；k 为波矢。

半无限空间各向同性土体中波动方程的位移解具有下列形式：

$$u=\frac{\partial\boldsymbol{\Phi}}{\partial x}-\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_y}{\partial z},w=\frac{\partial\boldsymbol{\Phi}}{\partial z}+\frac{\partial\boldsymbol{\Psi}_y}{\partial x} \tag{3}$$

式中：u 为水平位移；w 为竖向位移。

对于半无限空间各向同性土体而言，地面土体满足边界条件：

$$\sigma_{zx}=0,\ \sigma_{zz=0}=0\quad(z=0) \tag{4}$$

式中：σ_{zx}、σ_{zz} 分别为剪切应力和法向应力。

由此可得到半无限空间各向同性土体中瑞雷波频散关系 $\omega(k)$的解析式为

$$\left(2-\frac{\omega^2}{k^2c_{\mathrm{T}}^2}\right)^2-4\sqrt{1-\frac{\omega^2}{k^2c_{\mathrm{T}}^2}}\sqrt{1-\frac{\omega^2}{k^2c_{\mathrm{L}}^2}}=0 \tag{5}$$

对于 LRMB 振动模型（见图 1(c)），考虑其单一竖向振动模式，满足振动方程：

$$m\left(\ddot{Z}+\ddot{w}_0\right)+k_{\mathrm{v}}Z=0 \tag{6}$$

式中：m 为共振单元的质量；Z 为共振单元的竖向位移；w_0 为土体的竖向位移（$z=0$）；竖向刚度 $k_{\mathrm{v}}=B_{\mathrm{v}}\cdot A_{\mathrm{a}}/h_1$；$B_{\mathrm{v}}=E/[3(1-2v)]$，为橡胶垫层的体积模量，$E$ 为橡胶垫杨氏模量，A_{a} 为橡胶垫底面积，v 为泊松比。若竖向振动为简谐振动，则位移解具有形式 $Z=Z_0\mathrm{e}^{\mathrm{i}(\omega t-kx)}$，$Z_0$ 为振动幅值。

对于 LRMB，土体边界条件变为

$$\sigma_{zx}=0,\ \sigma_{zz=0}=\frac{F}{A_{\mathrm{a}}}\quad(z=0) \tag{7}$$

式中：$F=-k_{\mathrm{v}}\cdot Z$，为局域共振单元的作用力。

由此可得到半无限空间 LRMB 频散关系 $\omega(k)$的解析式为

$$\left[\left(2-\frac{\omega^2}{k^2c_{\mathrm{T}}^2}\right)^2-4\sqrt{1-\frac{\omega^2}{k^2c_{\mathrm{L}}^2}}\sqrt{1-\frac{\omega^2}{k^2c_{\mathrm{T}}^2}}\right]\cdot\left(\frac{\omega^2}{\omega_{\mathrm{v}}^2}-1\right)-\frac{m\omega^4}{\rho_{\mathrm{soil}}Ak^3c_{\mathrm{T}}^4}\sqrt{1-\frac{\omega^2}{k^2c_{\mathrm{L}}^2}}=0 \tag{8}$$

式中：ω_v 为共振单元竖向振动圆频率。

式（5）、（8）可分别计算半无限空间各向同性土体和 LRMB 的频散曲线，由此得到表面波屏障的能带结构曲线，并判定其带隙。

2.3　数值验证

为验证上述理论推导的正确性，采用 COMSOL 5.4 有限元软件进行数值验证。该方法基于固体力学模块二维平面应变模型，在原胞底面施加固定约束，在原胞两侧施加 Bloch 周期边界条件，其余边界设置为自由边界。令波矢 k 沿第一不可约布里渊区（0，π/a）扫描，得到全模态的能带结构曲线，包含体波和表面波。借鉴 Pu 等[7]提出的能量法，对表面波进行识别，获得表面波的频散曲线，进而确定表面波带隙。根据能量法，认为表面波能量主要集中在地面以下两倍波长范围土体内，据此定义能量分布系数 ζ 为

$$\zeta = \left(\int_{S(2\gamma_{\max})} W_\varepsilon \mathrm{d}S\right) / \left(\int_{S(H)} W_\varepsilon \mathrm{d}S\right) \tag{9}$$

式中：S 为原胞面积；$\gamma_{\max}$ 为均质土体中瑞利波最大波长；W_ε 为弹性应变能密度。若 $\zeta > 90\%$，则认为是表面波。

首先，采用数值法计算文献[7]案例能带结构进行对比分析，以保证数值法的可靠性。计算案例的原胞由铜和铝两种材料构成，材料参数如表 3 所示，原胞结构及能带结构计算结果如图 2 所示。可以看出，两计算结果相吻合，表明数值法是可靠的。

表 3　参考案例材料参数

Table 3　Parameters of reference example

材料参数	杨氏模量/GPa	密度/(kg・m^{-3})	泊松比
铜	115	8 920	0.355
铝	69	2 700	0.334

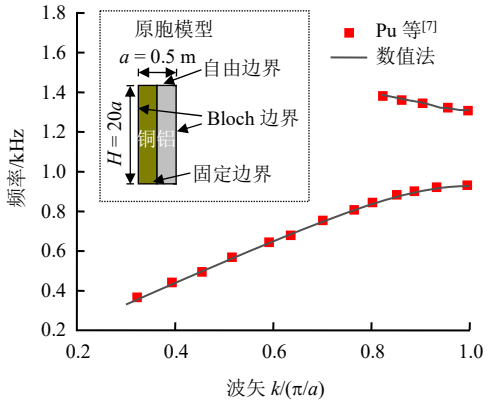
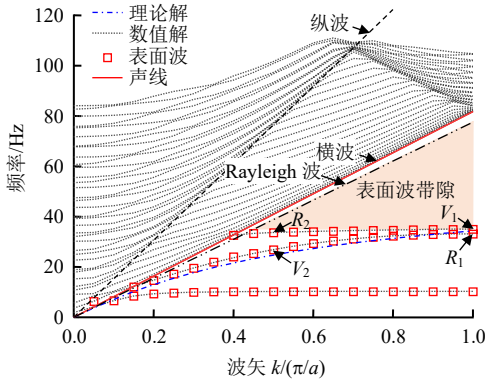


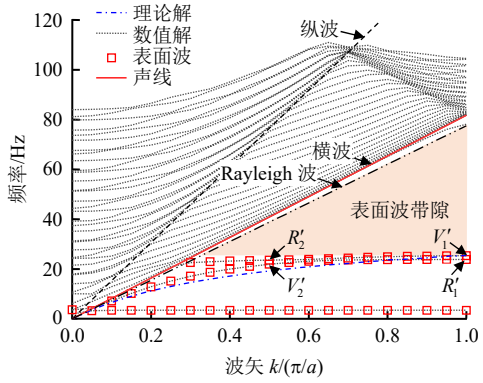
图 2　数值计算方法对比

Fig.2　Comparison of numerical calculation methods

其次，基于上述数值方法，验证理论推导的正确性。建立 LRMB 的二维数值模型并进行赋值（几何与材料参数见表 1、2），采用超细化自由三角形网格，以精细化计算两种不同表面波屏障的能带结构。理论计算的表面波模态以蓝色实线表示（式（8）），有限元计算得到的表面波模态以红色空心点表示（式（9））。理论与数值计算结果对比如图 3 所示。



(a) 波屏障 A 能带结构



(b) 波屏障 B 能带结构

图 3　表面波屏障能带结构

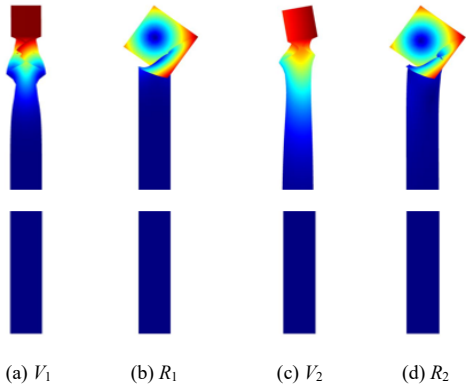
Fig.3　Band gap of surface wave barrier

由图 3 可以看出，理论解与数值解均位于声线以内[12, 17]，该部分波动的相速度均小于横波，根据其波速可以判定该部分振动为表面波振动。其中，数值解包含 3 条能带曲线，而理论解仅包含一条能带曲线，这与理论模型的振动模式有关。实际表面波包含 3 种振动模式，而理论模型仅考虑竖向振动模式（见图 1(c)），使得数值解在低频范围具有 3 条能带曲线而理论解仅包含一条能带曲线。图 3 中理论解与数值解吻合较好，验证了理论方法的正确性。

3　带隙机制

根据图 3 能带结构可以分析 LRMB 的带隙特性。对于波屏障 A，表面波带隙的数值计算结果为

35.03～77.53 Hz，理论计算结果为 34.30～77.53 Hz，二者吻合性较好，带隙范围能够有效覆盖地铁振动的主频段[24]。进一步提取能带结构曲线中 V_1、R_1、V_2、R_2 点振动位移模态，如图 4 所示。



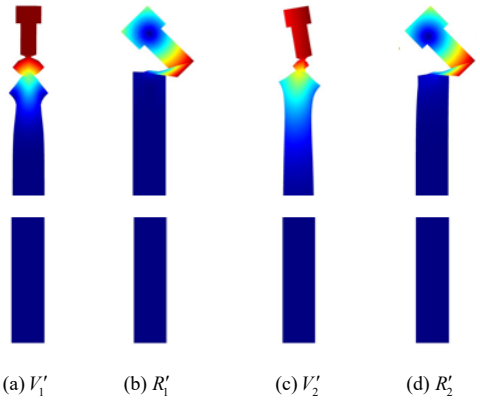
(a) V_1 (b) R_1 (c) V_2 (d) R_2

图 4 波屏障 A 振动模态图

Fig.4 Vibration mode of surface wave barrier A

由图 4 可以看出，V_1 点为带隙起始频率，其振动模态为竖向振动，即混凝土提供质量，橡胶垫层提供竖向刚度。R_1 点振动模态为混凝土旋转振动，橡胶垫层提供转动刚度，表明存在其他位移模态的表面波。对比 V_1、R_2 可以发现，同一能带曲线存在两种振动模态，表明表面波振动发生模态转换，即由竖向振动转变为旋转振动。与此同时，V_2 点由 R_1 点旋转振动转变为竖向振动，同样存在模态转换。模态转换后的竖向振动所对应的能带曲线与理论计算结果相吻合，该频率范围内不存在带隙，由此可知，竖向共振模式对于表面波带隙的产生起到主控作用，再次论证了采用单一竖向振动模式计算表面波带隙的合理性。

根据上述波屏障竖向振动位移模式可知，带隙的产生是局域共振单元与土体耦合共振作用的结果，可将该共振模式简化为典型的“弹簧–质量”模型，用以粗略估计带隙起始频率 f 的变化，即 $f=(1/2\pi)\cdot\sqrt{k_v/m}$。为验证上述机制的正确性，保持混凝土质量不变，减小橡胶垫层宽度，形成 T 型波屏障 B。根据简化公式可知，橡胶垫宽度减小时其竖向刚度减小，共振频率降低。通过图 3(b)可以看出，T 型波屏障带隙的数值计算结果为 25.35～77.53 Hz，理论计算结果为 25.4～77.53 Hz，二者起始频率吻合较好。同样提取能带结构曲线中 V_1'、R_1'、V_2'、R_2' 点振动位移模态，可以发现能带曲线中同样存在模态转换现象，且模态转换后的竖向振动所对应的能带曲线与理论计算结果相吻合，如图 5 所示。



(a) V_1' (b) R_1' (c) V_2' (d) R_2'

图 5 波屏障 B 振动模态图

Fig.5 Vibration mode of surface wave barrier B

4 参数分析

4.1 橡胶垫厚度

为研究橡胶垫厚度对波屏障带隙特性的影响，保持波屏障 A 的其他参数不变，仅改变橡胶垫厚度尺寸，根据式（8）计算波屏障带隙。图 6 给出了橡胶垫厚度为 0.01～0.06 m 时波屏障带隙频率变化。由图可见，随着橡胶垫厚度增大，带隙起始频率逐渐降低。分析原因可知，橡胶垫厚度增大，竖向等效刚度 $k_v=(B_v\cdot A)/h_1$ 减小，局域共振单元的竖向共振频率降低，使得带隙起始频率降低。与此同时，带隙截止频率主要受土体参数影响而保持不变，使得带隙宽度随着橡胶垫厚度增大而增大，由此对能量衰减效率更高。因此实际工程中可以通过增大橡胶垫厚度获得低频宽带隙，提高隔振效率。

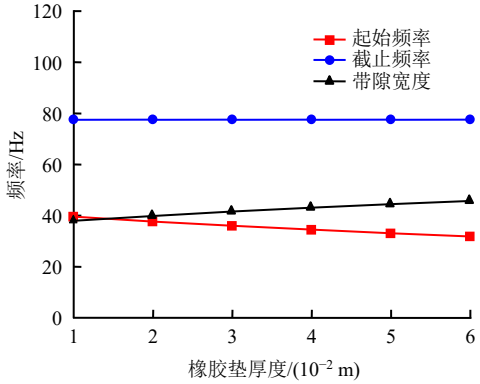


图 6 不同橡胶垫厚度波屏障的带隙变化

Fig.6 Band gap variation of wave barrier with different rubber pad thicknesses

4.2 橡胶垫宽度

保持波屏障 A 其他参数不变，仅改变橡胶垫宽度尺寸以研究橡胶垫宽度对波屏障带隙特性的影响。根据式（8），计算橡胶垫宽度为 0.1～0.4 m 时

波屏障带隙变化如图 7 所示。由图可见，随着橡胶垫宽度增大，带隙起始频率逐渐升高。分析原因可知，橡胶垫宽度增大，根据竖向等效刚度 $k_v = (B_v \cdot A)/h_1$ 其竖向刚度增大，局域共振单元的竖向共振频率升高，使得带隙起始频率升高。同样带隙截止频率主要受土体参数影响而保持不变，使得带隙宽度减小。因此，实际工程中采用较小宽度的橡胶垫层能够获得较宽带隙，比如 B 型波屏障要优于 A 型波屏障，其隔振效率更高。

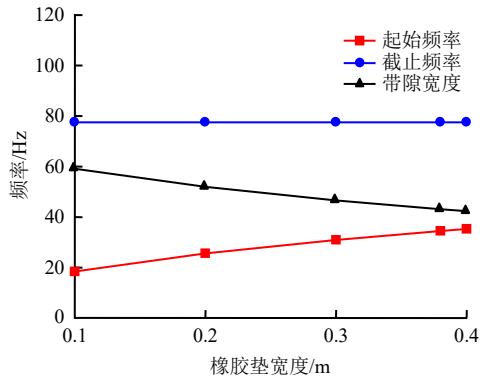


图 7　不同橡胶垫宽度波屏障的带隙变化

Fig.7　Band gap variation of wave barrier with different rubber pad widths

4.3　混凝土质量

保持波屏障 A 其他参数不变，仅改变混凝土高度，可研究混凝土质量对波屏障带隙的影响。根据式（8）计算混凝土高度为 0.1a～5.0a 时波屏障的带隙变化，如图 8 所示。由图可见，随着混凝土高度增大，带隙起始频率降低，但降低速率逐渐减小，相应带隙宽度逐渐增大，而增长速率逐渐减小。根据共振频率计算公式 $f = (1/2\pi)\cdot\sqrt{k_v/m}$ 可知，混凝土质量增大时共振频率降低，使得带隙起始频率降低。实际工程中可以通过增大混凝土质量获得低频宽带隙，但持续增大质量隔振效能提升幅度有限。因此，混凝土高度宜控制在 3a 以内。

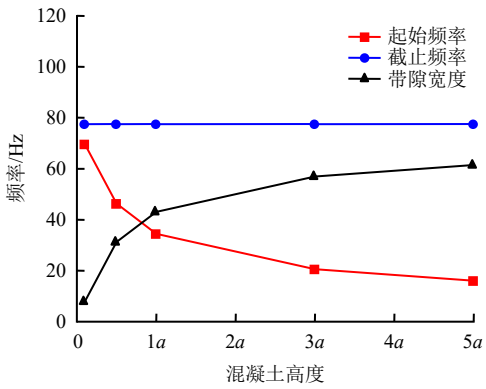


图 8　不同混凝土质量波屏障的带隙变化

Fig.8　Band gap variation of wave barrier with different concrete masses

5　隔振性能分析

5.1　模型概况

上述带隙计算理论上适用于无限周期结构，但实际应用时波屏障原胞数量有限。为此，建立有限周期结构数值模型以分析 LRMB 的实际隔振效果。分别建立 A 型和 B 型表面波屏障的二维平面应变模型，模型尺寸为 40 m×15 m，有限周期数 n 分别为 4、6、8 原胞，如图 9 所示。在距波屏障一定距离施加振动激励，激励产生的振动一部分以体波形式向下传播，另一部分以表面波形式沿地面传播，其中远场地表振动以表面波为主，而体波可以忽略，由此可以模拟表面波的振动和传播[7]。模型两侧和底部设置完美匹配层（PML）避免波的反射，模型顶部设置为自由边界。PML 层采用映射网格进行单元划分以吸收振动波，其余单元采用自由四边形网格。数值模型的材料参数见表 2。在波屏障前方和后方各 10a 范围内分别拾取振动激励，即可对比分析表面波屏障的隔振效果。

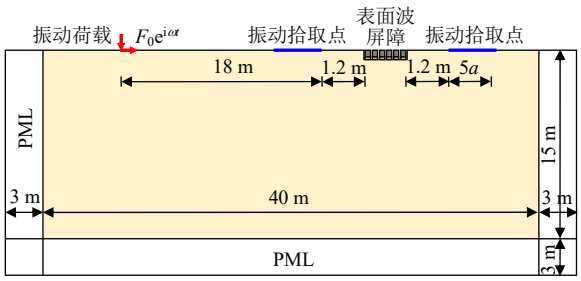


图 9　LRMB 数值模型概况

Fig.9　Numerical model of LRMB

5.2　隔振性能分析

在激振点施加具有竖向和水平向振动的简谐荷载 $F_0e^{i\omega t}$，竖向和水平向荷载幅值均为 1 000 N，振动频率为 1～100 Hz，并定义传输系数 T 评价波屏障的隔振效果。T 的表达式为

$$T = 20\lg\frac{\int_{lout}|U_1|\,dl}{\int_{lin}|U_0|\,dl} \tag{10}$$

式中：U_1、U_0分别为波屏障后方、前方土体位移幅值；T<0表明振动发生衰减（dB）；$\int_{lout}$、$\int_{lin}$ 分别为输出、输入界面的数值积分；dl为微分单元。

不同周期数 A、B 型波屏障传输特性 T 结果如图 10 和图 11 所示。由图 10 可以看出，在 35～75 Hz 范围内传输系数 T<0，表明该频段振动发生衰减，与图 3(a)带隙范围相吻合，验证了理论计算的正确性。随着周期数增加，传输系数由−25 dB 减小至−33 dB，表明增大原胞数能够提高隔振效率。但此时周期数已成倍增加，其工程经济性降低，隔振效率较低。因此，综合考虑隔振效率与经济性，工程中可采用 4～6 周期，即可达到 20～25 dB 的隔振效果。同理，B 性波屏障具有类似变化规律，但其有效带隙更宽。

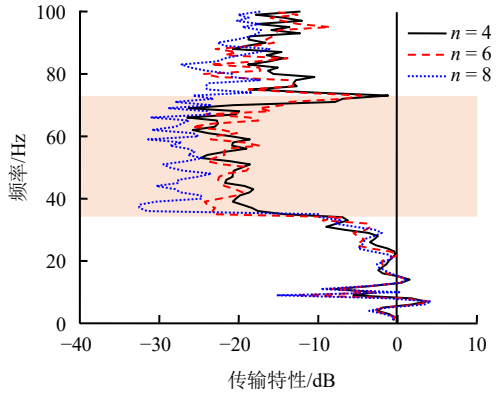


图 10 表面波屏障 A 传输系数

Fig.10 Transmission coefficient of surface wave barrier A

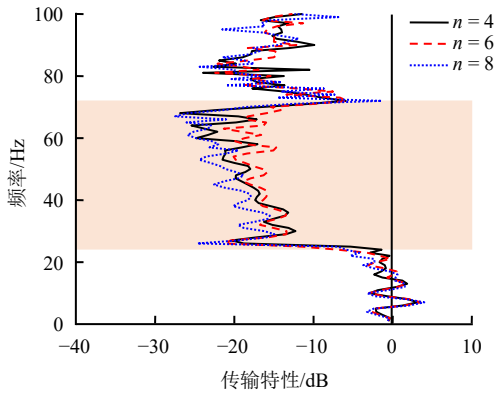
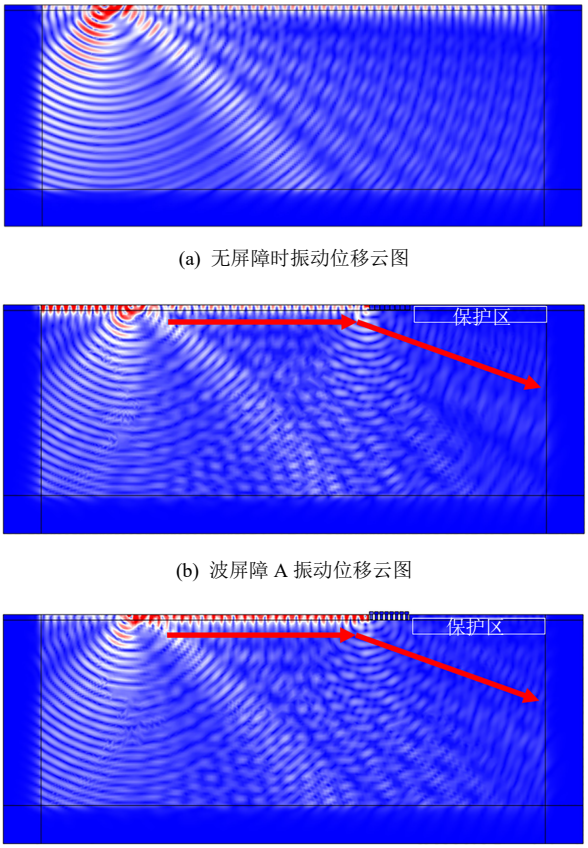


图 11 表面波屏障 B 传输系数

Fig.11 Transmission coefficient of surface wave barrier B

为进一步分析表面波屏障的隔振效果，选取带隙内单一频率的简谐荷载（f= 50 Hz），计算该频率振动下不同工况的振动位移云图，如图 12 所示。

由图 12 可知，无波屏障时，振动产生的表面波将沿着地表传播。当波动遇到 LRMB 时，受到波屏障中局域共振单元与土体耦合共振作用的调控，表面波一部分被局域到共振单元中，另外一部分转换为斜向下传播的体波，进而发生衰减。周期单元数越多，上述变化过程越显著，LRMB 的隔振效果越好，即增大原胞数能够提高隔振效率。



(a) 无屏障时振动位移云图

(b) 波屏障 A 振动位移云图

(c) 波屏障 B 振动位移云图

图 12 不同工况振动位移云图（f= 50 Hz）

Fig.12 Displacement cloud image of different working conditions (f = 50 Hz)

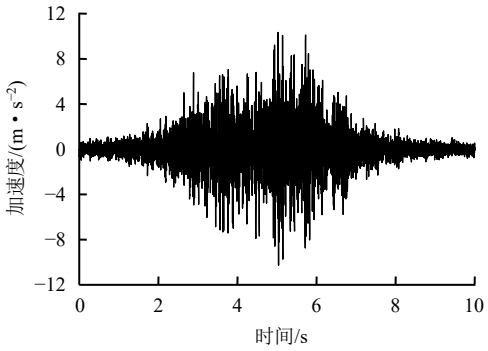
5.3 地面振动隔振效果

为分析 LRMB 的地面振动隔振效果，对济南市轨道交通 1 号线地面垂直振动加速度响应进行现场测试。测试设备采用 DH5981 动态信号采集系统和磁电式拾振器，采样频率为 1 kHz。现场布置及加速度测试结果如图 13 所示。由图 13 可以看出，地铁引发的地面振动主要频率范围在 30～70 Hz，为此，选用 B 型波屏障进行隔振，周期数设置为 n = 6。实际布置时可在距离高架桥桥墩振动点 1.2 m 处布设，并在波屏障后方进行振动数据监测。

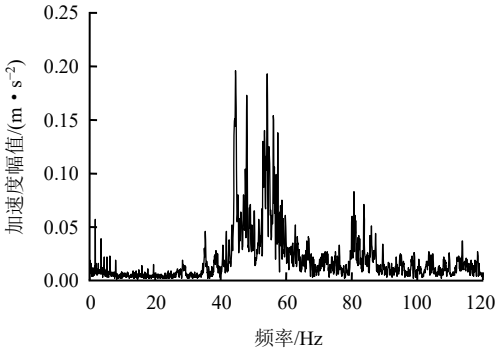
在波屏障前方 1.2 m 处（见图 9 模型）施加现场测得的加速度激励，在波屏障后方 1.2 m 处拾取振动加速度信号。作为对比，在无波屏障相同位置施加振动加速度并拾取振动加速度信号。两种工况的竖向加速度响应和对应傅里叶变换结果对比如图 14 所示。



(a) 地面垂直振动加速度响应测试



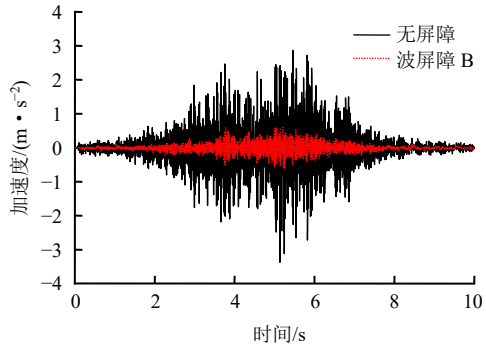
(b) 实测振动加速度时域曲线



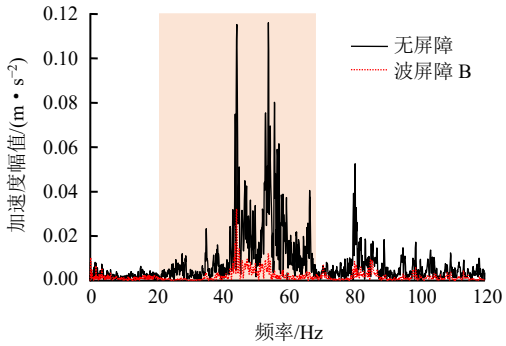
(c) 实测振动加速度傅里叶变换结果

图 13　济南市轨道交通 1 号线地面振动加速度现场测试
Fig.13　Measurement of ground vibration acceleration induced by Jinan Rail Transit Line 1

由图 14 可以看出，相比无屏障工况，采用 B 型波屏障后，地面振动加速度时域曲线幅值显著减小，有效振动幅值降低约 70%～80%，表明超材料表面波屏障起到了较好的隔振效果。通过傅里叶变换结果来看，有效隔振频率范围与上述带隙计算结果基本吻合，由此也验证了表面波屏障在地铁隔振应用实践中的可行性和适用性。



(a) 振动加速度响应时域曲线



(b) 振动加速度响应傅里叶变换结果

图 14　振动加速度响应与傅里叶变换结果
Fig.14　Vibration acceleration response and Fourier transform results

6　结　论

（1）根据半无限空间弹性动力学理论，基于单一竖向振动模式建立 LRMB 带隙计算方法，其带隙计算结果与数值模拟结果相吻合，验证了理论方法的合理性和准确性。

（2）LRMB 带隙的产生是局域共振单元与土体耦合共振作用的结果，局域共振单元竖向共振模式对于表面波带隙的产生起到主控作用。

（3）在外部土体环境和其他参数不变的条件下，增大橡胶垫厚度，LRMB 带隙起始频率降低，带隙宽度增大；增大橡胶垫宽度，LRMB 带隙起始频率升高，带隙宽度减小；增大混凝土质量，LRMB 带隙起始频率降低，带隙宽度增大，但增长速率逐渐减小。因此，工程中可以通过增大橡胶垫厚度、采用较小宽度的橡胶垫层、适当增加混凝土高度等方式获得低频宽带隙，提高隔振效率。

（4）LRMB 原胞数增加，隔振效率提升，周期数达到 4～6 个原胞，LRMB 衰减系数为 20～25 dB。综合考虑隔振效率与经济性，工程中 LRMB 可采用 4～6 原胞。

（5）以实际工程为例，采用 LRMB 后轨道交通

地面振动幅值降低约 70%～80%，有效隔振频率范围与上述带隙计算结果基本吻合，验证了 LRMB 用于轨道交通地面隔振的可行性和适用性，具有良好的隔振效果。

致谢：论文理论研究部分得到了博洛尼亚大学蒲兴波研究员和都柏林圣三一大学 Muhammad 助理教授的指导和帮助，在此表示诚挚感谢。

参 考 文 献

[1] 闫维明, 聂晗, 任珉, 等. 地铁交通引起地面振动的实测与分析[J]. 铁道科学与工程学报, 2006, 3(2): 1-5.
YAN Wei-ming, NIE Han, REN Ming, et al. In situ experiment and analysis of ground surface vibration induced by urban subway transit[J]. **Journal of Railway Science and Engineering**, 2006, 3(2): 1-5.

[2] CAI C Z, GAO L, HE X H, et al. The surface wave attenuation zone of periodic composite in-filled trenches and its isolation performance in train-induced ground vibration isolation[J]. **Computers and Geotechnics**, 2021, 139: 104421.

[3] 张希, 罗威力, 林本海. 陶粒、砂填充连续与非连续屏障隔振效果的全尺试验与数值研究[J]. 岩土力学, 2022, 43(增刊 1): 567-579.
ZHANG Xi, LUO Wei-li, LIN Ben-hai. Full-length test and numerical study on vibration isolation effect of continuous and discontinuous barrier filled with ceramic and sand[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2022, 43(Suppl.1): 567-579.

[4] 温激鸿, 王刚, 郁殿龙. 声子晶体振动带隙及减振特性研究[J]. 中国科学(E 辑), 2007, 37(9): 1126-1139.
WEN Ji-hong, WANG Gang, YU Dian-long. Study on vibration band gap and damping characteristics of phononic crystal[J]. **Science in China (Series E)**, 2007, 37(9): 1126-1139.

[5] 陈晓斌, 王业顺, 唐孟雄, 等. 周期性四组元局域共振桩带隙特征及隔振性能研究[J]. 岩土力学, 2022, 43(1): 110-118, 126.
CHEN Xiao-bin, WANG Ye-shun, TANG Meng-xiong, et al. Study on band gap characteristics and vibration isolation of local resonance pile with periodic four component[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2022, 43(1): 110-118, 126.

[6] KUSHWAHA M S, HALEVI P, DOBRZYNSK L, et al. Acoustic band structure of periodic elastic composites[J]. **Physical Review Letters**, 1993(71): 2022-2025.

[7] PU X B, SHI Z F. A novel method for identifying surface waves in periodic structures[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2017, 98: 67-71.

[8] BRULE S, JAVELAUD E H, ENOCH S, et al. Experiments on seismic metamaterials: molding surface waves[J]. **Physics Review Letters**, 2014, 112(13): 133901.

[9] ZENG Y, ZHANG S Y, ZHOU H T, et al. Broadband inverted T-shaped seismic metamaterial[J]. **Materials and Design**, 2021, 208: 109906.

[10] JIN Y, PENNEC Y, BONELLO B, et al. Physics of surface vibrational resonances: pillared phononic crystals, metamaterials, and metasurfaces[J]. **Reports on Progress in Physics**, 2021, 84(8): 10-23.

[11] 葛倩倩, 于桂兰. 有覆层土体中部分埋入式表面波屏障[J]. 工程力学, 2020, 37(增刊 1): 249-253.
GE Qian-qian, YU Gui-lan. Partially embedded surface wave barrier in overburden soil[J]. **Engineering Mechanics**, 2020, 37(Suppl.1): 249-253.

[12] 刘岩钊. T 形部分埋入周期/梯度表面波屏障隔震性能研究[D]. 北京: 北京交通大学, 2019.
LIU Yan-zhao. Study on seismic isolation performance of T-shaped partially embedded periodic/gradient surface wave barrier[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2019.

[13] PU X B, SHI Z F. Periodic pile barriers for Rayleigh wave isolation in a poroelastic half-space[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2019, 121: 75-86.

[14] LI T, SU Q, KAEWUNRUEN S. Seismic metamaterial barriers for ground vibration mitigation in railways considering the train-track-soil dynamic interactions[J]. **Construction and Building Materials**, 2020, 260: 119936.

[15] 陈振宇, 林志华, 施帆. 地震超材料:从自然结构到新型人工结构[J]. 科学通报, 2022, 67(12): 1264-1278.
CHEN Zhen-yu, LIN Zhi-hua, SHI Fan. Seismic metamaterials: from natural structures to new artificial structures[J]. **Chinese Science Bulletin**, 2022, 67(12): 1264-1278.

[16] MUHAMMAD, C W L, REDDY J N, CARRERA E, et al. Surface elastic waves whispering gallery modes based subwavelength tunable waveguide and cavity modes of the phononic crystals[J]. **Mechanics of Advanced Materials and Structures**, 2020, 27(13): 1053-1064.

[17] PALERMO A, KRODEL S, MARZANI A, et al. Engineered metabarrier as shield from seismic surface waves[J]. **Scientific Reports**, 2016, 6(1): 39356.

[18] PALERMO A, VITALI M, MARZANI A. Metabarriers with multi-mass locally resonating units for broad band Rayleigh waves attenuation[J]. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, 2018, 113: 265-277.

下转第 787 页